Théorie par l'exemple et la vidéo

1 Repérer une situation de proportionnalité

L'essentiel en vidéo

Méthodes pour gérer des situations de proportionnalité

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v01-p

Méthodes pour gérer des situations de proportionnalité : exemples

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v01-e

Définitions

- Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant par un même nombre non nul les valeurs de l'autre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité.**
- Deux **grandeurs proportionnelles** sont deux grandeurs qui varient dans les mêmes proportions.
- Un tableau qui contient des données proportionnelles s'appelle un **tableau de proportionnalité.**
- Une situation représentée par des points alignés avec l'origine du repère est une **situation de proportionnalité.**

» **Exemple :** À la station service, la machine affiche 1,5 chf au litre. Le prix à payer s'obtient en multipliant le volume distribué par le prix au litre. C'est-à-dire : le prix est égal à 1,5 fois le volume. Le prix est proportionnel au volume d'essence.

Exercices corrigés

a. Le périmètre d'un carré est-il proportionnelle à la longueur de son côté ?

b. L'aire d'un carré est-elle proportionnelle à la longueur de son côté ?

Correction

a. Le périmètre d'un carré est obtenu en multipliant la longueur de son côté par 4, qui est constant. Le périmètre est donc proportionnel à la longueur du côté. Le coefficient de proportionnalité est 4 .

b. A(côté) = côté·côté.
Pour obtenir l'aire d'un carré, on multiplie la longueur du côté par elle-même. Ce n'est pas un nombre constant. Donc l'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur de son côté.

Les tableaux ci-dessous sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

6	8	10	11	15,5
18	24	30	33	46,5

b.

10	15	20	35	40
6	9	10	12	13

Correction

a. On calcule les quotients, pouvant être le coefficient de proportionnalité :

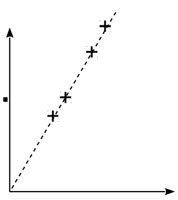
$\frac{18}{6} = \frac{24}{8} = \frac{33}{10} = \frac{33}{11} = \frac{46{,}5}{15{,}5} = \mathbf{3}$.

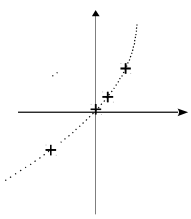
Ils sont égaux ; c'est un tableau de proportionnalité de coefficient **3.**

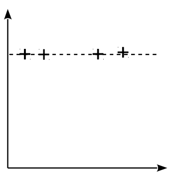
b. $\frac{10}{6} = \frac{15}{9} = \mathbf{5{,}\overline{3}}$ mais $\frac{20}{10} = \mathbf{2}$.

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est donc inutile de calculer les suivants. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Le(s)quel(s) de ces trois graphiques représente(nt) une situation de proportionnalité ?

a.


b.


c.


Correction

a. Les points sont **alignés** avec l'origine du repère donc c'est une situation de proportionnalité.

b. Les points **ne sont pas alignés** donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

c. Les points sont **alignés mais pas avec l'origine du repère** donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.158-159 avec corrigés complets pp.251.252

Théorie par l'exemple et la vidéo

2 Résoudre un problème de proportionnalité

L'essentiel en vidéo

Problèmes de proportionnalité

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v02-p

Problèmes de proportionnalité : un exemple

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v02-e

Méthode en utilisant les règles sur les colonnes

Dans une situation de proportionnalité représentée dans un tableau, on peut additionner deux ou plusieurs colonnes, soustraire deux colonnes, multiplier toute une colonne par un nombre ou diviser toute une colonne par un nombre non nul.

» Exemple

La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs. De nouvelles cases peuvent se remplir en utilisant les règles portant sur les colonnes.

Les ventes sont divisées par 4…

…donc les ventes doublent.

Les montants s'additionnent…

Ventes (en chf)	2 000	8 000	**16 000**	18 000	20 000	38 000
Primes (en chf)	**125**	500	1 000	1 125	1 250	**2 375**

…donc les primes sont divisées par 4.

La prime double…

…donc les primes s'additionnent.

Méthode en utilisant le coefficient de proportionnalité

Dans une situation de proportionnalité représentée dans un tableau, on peut trouver l'un des nombres inconnu en utilisant le coefficient de proportionnalité.

» Exemple

Le carburant pour un motoculteur est un mélange d'essence et d'huile où les doses d'huile et d'essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses d'essence.
Pour trouver la quantité d'essence nécessaire à 4,5 L d'huile, on utilise le coefficient de proportionnalité : 3 : 2 = 1,5.

Dose d'huile (en L)	2	4,5
Dose de super (en L)	3	x

× **1,5**

On multiplie par le coefficient de proportionnalité et on obtient :

$x = 4{,}5 \cdot \mathbf{1{,}5} = 6{,}75$

Méthode en utilisant le produit en croix

Dans une situation de proportionnalité représentée dans un tableau, on peut trouver l'un des nombres inconnu en utilisant le **produit en croix**.

» Exemple

À la boulangerie de Trudi, trois baguettes coûtent 4,8 chf.
Pour calculer le prix de cinq baguettes, on peut utiliser les produits en croix.

Nombre de baguettes	3	5
Prix en chf	4,8	x

Nommons x la quantité inconnue. Le coefficient de proportionnalité est 4,8 : 3 = 1,6. Comme il faut multiplier 3 par 1,6 pour obtenir 4,8, il faut aussi multiplier 5 par 1,6 pour obtenir x : $x = 5 \cdot 1{,}6$, ce qu'on peut aussi écrire :

$x = 5 \cdot (4{,}8 : 3)$, ou encore $x = \dfrac{5 \cdot 4{,}8}{3}$

Théorie par l'exemple et la vidéo

L'égalité des **produits en croix** est une méthode qui donne directement : $3 \cdot x = 5 \cdot 4{,}8$, d'où on déduit $x = \frac{5 \cdot 4{,}8}{3}$

C'est plus rapide pour le même résultat ! Cinq baguettes coûtent donc $\frac{5 \cdot 4{,}8}{3} = 8$ chf.

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.160161 avec corrigés complets pp.253-254

3 Utiliser ou calculer un pourcentage

L'essentiel en vidéo

Pourcentages

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v03-p

Pourcentages : un exemple

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v03-e

Définition

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité où la quantité totale est ramenée à 100.

Méthode

Pour organiser les données, on peut utiliser le tableau de proportionnalité suivant :

	Valeurs de l'énoncé	Pourcentage
Portion		
Quantité totale		100

Exercices corrigés

Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 chf.
Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien?

Correction

Tri des données :

	En chf	En %
réduction	***x***	*15*
total	*158*	**100**

On utilise le coefficient de proportionnalité $\frac{15}{100}$

(dans le bon sens!) : $\frac{15}{100} \cdot 158 = 23{,}7$

Le montant de la réduction obtenue est de 23,70 chf.

Macha fait les courses pour le petit-déjeuner de sa famille. Elle achète : 3 pains au chocolats, 4 croissants, 2 petits pains au noix, 9 pains complets, 7 pommes et 5 oranges. Quel est le pourcentage de fruits dans ces courses ?

Correction

Tri des données :

	nombre	En %
Fruits	*7+5=**12***	***x***
Articles	*3+4+2+9+7+5=**30***	**100**

L'égalité des produits en croix donne :
$x \cdot 30 = 12 \cdot 100$, d'où $x = 12 \cdot 100 \div 30 = 40$.
Il y a 40 % de fruits dans ces courses.

Méthode

Dans une réduction ou une augmentation de p **%**, la nouvelle quantité représente respectivement **(100 -** p **) %** ou **(100 +** p **)%** de la quantité initiale.

Exercices corrigés

Le jour des soldes, une paire de chaussures à 120 chf est soldée à 35 %.
Quel est son nouveau prix ?

Correction

Soit P le nouveau prix.

$P = (1 - 35\ \%) \cdot 120 = (1 - 0{,}35) \cdot 120 = 78$

Le nouveau prix des chaussures est 78 chf.

Le prix de l'essence était de 1,35 chf en 2011.
Il est de 1,55 chf aujourd'hui.

Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Correction

Soit p le pourcentage d'augmentation.

$1{,}55 = (1 + p) \cdot 1{,}35$ donc $1 + p = 1{,}55 \div 1{,}35$ soit $p \approx 0{,}148$. L'essence a augmenté d'environ 15 %.

S'exercer papier-crayon

Exercices p.162 avec corrigés complets pp.254-256

4 Utiliser ou calculer une échelle

L'essentiel en vidéo

Echelles

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v04-p

Echelles : un exemple

http://sesamath.ch/postco/fct/01/v04-e

Définition

Les dimensions sur un plan (ou sur une carte) sont proportionnelles aux dimensions réelles.

L'échelle du plan (ou de la carte) est le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir les dimensions sur le plan en fonction des dimensions réelles.

Il s'exprime souvent sous forme fractionnaire : $\dfrac{\textit{dimensions sur le plan}}{\textit{dimensions réelles}}$.

(Les dimensions sont exprimées dans la même unité.)

Exercice corrigé

Sur la maquette d'une maison à l'échelle 1/48,

- Quelle est la taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette ?
- Quelle est la taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité ?

Correction

On exprime toutes les dimensions en cm.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité.

sur la maquette (en cm)	1	12	x
En réalité (en cm)	48	y	720

×48

Après calcul, on conclut :

La taille réelle d'une pièce longue de 12 cm sur la maquette est 576 cm (ou 5,76 m).
La taille sur la maquette d'une pièce de 7,2 m de long dans la réalité est 15 cm.

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.163-164 avec corrigés complets pp.256-257